

2015年 環境情報学部 第4問

4 銀行口座（以降、口座）から IC カードに金額を移転し、そのカードを用いて支払いをおこなうものとする。口座からカードに移転した金額を超過してさらに支払う必要が生じた場合、その分は銀行が自動的に立て替えて払うものとする。

このとき、口座からカードに金額を移転することに伴う利子収入の減少分、および銀行からの借入れに伴う利払い、そして口座からカードへの移転に伴う手数料、それらの合計 Z を最小にする問題を考える。適当な仮定のもと、 Z は独立変数 x, y の関数として、つぎのように表わされる。

$$Z = \frac{xy^2}{40A} + \frac{A^2 - 2xyA + x^2y^2}{30xA} + 6x$$

ただし (x, y) は座標平面の第 1 象限の点であり、 A は定数である。

(1) x を固定し、 Z を y の関数と考えれば、その最小値は

$$y = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline 35 & 36 \\ \hline 37 & 38 \\ \hline \end{array} \frac{A}{x}}$$

のときである。

(2) Z に (1) の結果を代入し、 Z を x のみの関数とみれば

$$x = \sqrt{\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 39 & 40 & 41 \\ \hline 42 & 43 & 44 \\ \hline \end{array}}{A}}$$

のとき Z は最小になる。

(3) 以上から Z の最小値は

$$\sqrt{\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline 45 & 46 & 47 \\ \hline 48 & 49 & 50 \\ \hline \end{array}}{A}}$$

である。