

2017年 理工学部 第5問

5 次の問いに答えよ。

(1) α, β は定数で, $\alpha > 0, \beta > 0$ とする. x の3次方程式

$$18x^3 - 6\alpha x + \beta = 0$$

がただ1つの実数解をもつための必要十分条件は $\beta > \boxed{\text{フ}}$ である. $\beta = \boxed{\text{フ}}$ のとき, 曲線 $y = 18x^3 - 6\alpha x + \beta$ と x 軸で囲まれる部分の面積を α を用いて表すと $\boxed{\text{へ}}$ となる.

(2) 放物線 $C: y = 3x^2$ 上の点 $P(-a, 3a^2)$ ($a > 0$) における法線と C との交点で点 P と異なる点の x 座標を $X(a)$ とする. $X(a) = \boxed{\text{ホ}}$ であり, $a > 0$ における $X(a)$ の最小値は $\boxed{\text{マ}}$ である.

次に, $x_0 > 0$ とし, 点 $Q(x_0, y_0)$ を放物線 C 上にない点とする. C 上の点における法線で点 Q を通るものがただ1つであるための必要十分条件は, $x \geq 0$ で定義された連続関数 $f(x) = \boxed{\text{ミ}}$ に対して, $y_0 < f(x_0)$ が成り立つことである.