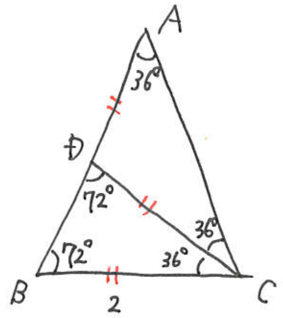
2013年B方式第3問

$\boxed{3}$ $\angle A = 36°$，$AB = AC$の二等辺三角形ABCの底角Cの二等分線がABと交わる点をDとする．

(1) $BC = 2$のとき，辺BDとCAの長さを求めよ．

(2) (1)の結果を使って，$\sin 18°$と$\cos 36°$の値を求めよ．



(1) $\angle ABC = \angle ACB = 72°$,

$\angle ACD = \angle BCD = 36°$ となるので,

$\angle BDC = 72°$

$\therefore$ $\triangle DBC$は二等辺三角形なので, $CD = 2$

また, $\triangle ADC$も二等辺三角形となるので, $AD = 2$

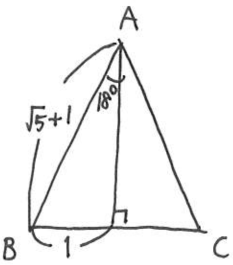
$\triangle CDB \backsim \triangle ABC$より. $CD : DB = AB : BC$

相似

$\therefore\ 2 : DB = 2 + DB : 2$ $\quad \therefore\ 2DB + DB^2 - 4 = 0$

$\therefore$ 解の公式より $BD = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 4}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$ $\quad BD > 0$ より $\underline{BD = \sqrt{5} - 1}$ //

$\underline{CA = 2 + BD = \sqrt{5} + 1}$ //

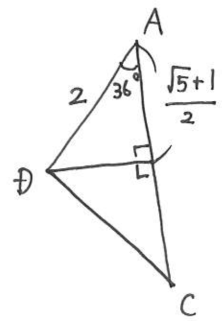


(2) 右図より

$\sin 18° = \dfrac{1}{\sqrt{5} + 1}$

$= \dfrac{1 - \sqrt{5}}{(1 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})}$

$= \underline{\dfrac{\sqrt{5} - 1}{4}}$ //



$\cos 36° = \dfrac{\frac{\sqrt{5} + 1}{2}}{2} = \underline{\dfrac{\sqrt{5} + 1}{4}}$ //