

2018年経済第1問

1 数列 $\{a_n\}$ は、つぎの式で与えられるとする。

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{2}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし、初項 a_1 は $a_1 > 0$ を満たすとする。つぎの問題に答えよ。

- (1) $a_n > 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を示せ。
- (2) $a_n \geq 2$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) を示せ。また、等号が成り立つときの a_1 の値を求めよ。
- (3) $a_1 = 1$ のとき、数列 $\{a_n\}$ で最大となる項 a_n とそのときの n の値を求めよ。

以下では、数列 $\{a_n\}$ の初項が $a_1 = 6$ の場合を考える。さらに、数列 $\{b_n\}$ は、つぎの式で与えられるとする。

$$b_n = \log_2 \frac{a_n - 2}{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

つぎの問題に答えよ。

- (4) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。また、数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を求めよ。
- (5) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。