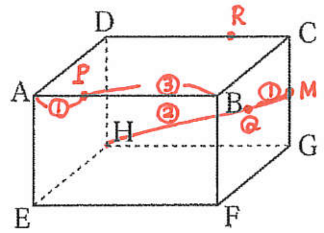
0002052457497999

# 北里大学

2014 年 薬学部 第 4 問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 辺 AB の長さが 4，辺 AE の長さが $\sqrt{6}$ の直方体 ABCD-EFGH において，辺 AB を 1 : 3 に内分する点を P，辺 CG の中点を M，線分 HM を 2 : 1 に内分する点を Q とする．線分 PQ と線分 PR の長さが等しくなるように，辺 CD 上に点 R をとる．$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{e}$ とする．




(1) $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$，$\vec{e}$ を用いて表すと，$\overrightarrow{PQ}=\boxed{\text{コ}}\,\vec{b}+\boxed{\text{サ}}\,\vec{d}+\boxed{\text{シ}}\,\vec{e}$ と表される．

(2) $\overrightarrow{PR}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表すと，$\overrightarrow{PR}=\boxed{\text{ス}}\,\vec{b}+\boxed{\text{セ}}\,\vec{d}$ と表される．

(3) △PQR の面積が $\sqrt{7}$ であるとき，辺 AD の長さは $\boxed{\text{ソ}}$ である．

コ $\frac{5}{12}$　サ $1$　シ $\frac{2}{3}$　ス $\frac{7}{12}$　セ $1$　ソ $\frac{\sqrt{39}}{3}$

(1) $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\vec{b}$，$\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AH}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}(\vec{d}+\vec{e})+\frac{2}{3}(\vec{b}+\vec{d}+\frac{1}{2}\vec{e})=\frac{2}{3}\vec{b}+\vec{d}+\frac{2}{3}\vec{e}$

$\therefore\ \overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AP}=\underline{\frac{5}{12}\vec{b}+\vec{d}+\frac{2}{3}\vec{e}}$ //

(2) $\overrightarrow{PR}=x\vec{b}+\vec{d}$　$(-\frac{1}{4}\leqq x\leqq\frac{3}{4})$ と表せるので

$|\overrightarrow{PR}|^2=x^2|\vec{b}|^2+|\vec{d}|^2=16x^2+|\vec{d}|^2\ \cdots ①$

(1) より．$|\overrightarrow{PQ}|^2=\frac{25}{144}|\vec{b}|^2+|\vec{d}|^2+\frac{4}{9}\cdot 6=\frac{25}{9}+|\vec{d}|^2+\frac{8}{3}$

$\therefore\ |\overrightarrow{PQ}|^2=\frac{49}{9}+|\vec{d}|^2\ \cdots ②$

$|\overrightarrow{PQ}|=|\overrightarrow{PR}|$ と ①，② より．$x=\frac{7}{12}$　$\therefore\ \underline{\overrightarrow{PR}=\frac{7}{12}\vec{b}+\vec{d}}$ //

(3) (2) より．$|\overrightarrow{PR}|=|\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{\frac{49}{9}+|\vec{d}|^2}$

$\triangle PQR=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{PQ}|^2|\overrightarrow{PR}|^2-(\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR})^2}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{(|\vec{d}|^2+\frac{49}{9})^2-(|\vec{d}|^2+\frac{35}{9})^2}$

$=\frac{\sqrt{14}}{6}\cdot\sqrt{2|\vec{d}|^2+\frac{84}{9}}$

$\therefore\ \triangle PQR=\sqrt{7}$ より．　$|\vec{d}|=\underline{\frac{\sqrt{39}}{3}}$ //