



2010年理系第2問

2  $p$  を 3 以上の素数,  $a, b$  を自然数とする. 以下の問に答えよ. ただし, 自然数  $m, n$  に対し,  $mn$  が  $p$  の倍数ならば,  $m$  または  $n$  は  $p$  の倍数であることを用いてよい.

- (1)  $a + b$  と  $ab$  がともに  $p$  の倍数であるとき,  $a$  と  $b$  はともに  $p$  の倍数であることを示せ.
- (2)  $a + b$  と  $a^2 + b^2$  がともに  $p$  の倍数であるとき,  $a$  と  $b$  はともに  $p$  の倍数であることを示せ.
- (3)  $a^2 + b^2$  と  $a^3 + b^3$  がともに  $p$  の倍数であるとき,  $a$  と  $b$  はともに  $p$  の倍数であることを示せ.