



2018年理系第2問

2 k を 2 以上の整数とする。また

$$f(x) = \frac{1}{k} \left((k-1)x + \frac{1}{x^{k-1}} \right)$$

とおく。以下の問に答えよ。

- (1) $x > 0$ において、関数 $y = f(x)$ の増減と漸近線を調べてグラフの概形をかけ。
- (2) 数列 $\{x_n\}$ が $x_1 > 1$, $x_{n+1} = f(x_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) を満たすとき、 $x_n > 1$ を示せ。
- (3) (2) の数列 $\{x_n\}$ に対し、

$$x_{n+1} - 1 < \frac{k-1}{k}(x_n - 1)$$

を示せ。また $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ。