北海道大学

2011 年 理系 第 4 問

$\boxed{4}$ n を 2 以上の自然数，q と r を自然数とする．1 から nq までの番号がついた nq 個の白玉，1 から nr までの番号がついた nr 個の赤玉を用意する．これら白玉と赤玉を，1 番から n 番まで番号づけられた n 個の箱それぞれに，小さい番号から順に白玉は q 個ずつ，赤玉は r 個ずつ配分しておく．たとえば，1 番目の箱には番号 1 から q の白玉と番号 1 から r までの赤玉が入っている．これら $n(q+r)$ 個の玉を n 個の箱に以下のように再配分する．1 番の箱から 1 個の玉を取り出して 2 番の箱に移し，次に 2 番の箱から 1 個の玉を取り出して 3 番の箱に移す．同様の操作を順次繰り返し最後に n 番の箱に 1 個の玉を移して終了する．このようにして実現され得る再配分の総数を s_n とし，n 番の箱の白玉が $q+1$ 個であるような再配分の総数を a_n とする．

(1) a_3 と a_3 を求めよ．

(2) s_n を求めよ．

(3) $a_{n+1}-a_n$ を求めよ．

(4) a_n を求めよ．