高知大学

2011 年 理学部・医学部 第 3 問

3 連続関数 $f(x)$ に対して，

$$g(x)=\int_0^x (f(t)+2)\sin(x-t)\,dt$$

とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 定積分 $\displaystyle\int_0^x (t+2)\sin(x-t)\,dt$ を求めよ．

(2) $g(x)=\sin x\displaystyle\int_0^x (f(t)+2)\cos t\,dt-\cos x\int_0^x (f(t)+2)\sin t\,dt$ を示せ．

(3) 関数 $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ は $g'(x)=\displaystyle\int_0^x (f(t)+2)\cos(x-t)\,dt$ となることを示せ．

(4) 関数 $g'(x)$ の導関数 $g''(x)$ は $g''(x)=f(x)-g(x)+2$ となることを示せ．

(5) 任意の実数 x に対して $g(x)=f(x)$ が成り立つとき，$f(x)$ を求めよ．