

2015年理系第1問

1 次の各問に答えよ.

(1) $f(x) = |2x + 3|$ のとき $f(-3) + f(0) + f(3)$ の値を求めよ.

(2) 方程式 $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 2) = 2$ を解け.

(3)
$$\begin{cases} \sin x + \cos y = 1 \\ \cos x + \sin y = \frac{1}{2} \end{cases}$$
 のとき $\sin(x + y)$ の値を求めよ.

(4) a, b, x を実数とする. 命題

$$x^2 - (a + b)x + ab \leq 0 \implies x^2 < 2x + 3$$

が真となるような定数 a, b の満たすべき条件を求めよ. ただし, $a \leq b$ とする.

(5) a を定数とし, 関数 $y = f(x)$ は $x = a$ で微分可能であるとする. このとき, 極限值

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + 3h) - f(a - 2h)}{h}$$

を $f'(a)$ を用いて表せ.

(6) 関数 $f(x) = \log |\cos x|$ の導関数を求めよ.

(7) 2つの曲線 $y = \log x$ と $y = ax^2$ とがただ1つの共有点をもつような正の定数 a の値を求めよ.

(8) 等式 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + a} - x - 1}{(x - 1)^2} = b$ が成り立つような定数 a, b の値を求めよ.