0002092277097999

高知工科大学

2015年 第1問

1枚目/2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ.

(1) $f(x)=|2x+3|$ のとき $f(-3)+f(0)+f(3)$ の値を求めよ.

(2) 方程式 $\log_2(x-1)+\log_2(x+2)=2$ を解け.

(3) $\begin{cases} \sin x+\cos y=1 \\ \cos x+\sin y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ のとき $\sin(x+y)$ の値を求めよ.

(4) a, b, x を実数とする. 命題

$$x^2-(a+b)x+ab \leqq 0 \Longrightarrow x^2<2x+3$$

が真となるような定数 a, b の満たすべき条件を求めよ. ただし, $a \leqq b$ とする.

(5) a を定数とし, 関数 $y=f(x)$ は $x=a$ で微分可能であるとする. このとき, 極限値

$$\lim_{h\to0}\frac{f(a+3h)-f(a-2h)}{h}$$

を $f'(a)$ を用いて表せ.

(6) 関数 $f(x)=\log|\cos x|$ の導関数を求めよ.

(7) 2つの曲線 $y=\log x$ と $y=ax^2$ とがただ1つの共有点をもつような正の定数 a の値を求めよ.

(8) 等式 $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{2x^2+a}-x-1}{(x-1)^2}=b$ が成り立つような定数 a, b の値を求めよ.

(1) $f(-3)+f(0)+f(3)=3+3+9$

$=\underline{15}$ //

(2) 真数条件より, $x-1>0$ かつ $x+2>0$

よって, $x>1$

このとき, $\log_2(x-1)(x+2)=2$

$\therefore (x-1)(x+2)=4$

$\therefore x^2+x-6=0$

$\therefore (x-2)(x+3)=0$

$x>1$ より $\underline{x=2}$ //

(3) 各式の両辺を2乗して足しあわせると,

$1+1+2(\sin x\cos y+\cos x\sin y)=\dfrac{5}{4}$

$\therefore \underline{\sin(x+y)=-\dfrac{3}{8}}$ //

(4) $x^2-(a+b)x+ab \leqq 0 \iff (x-a)(x-b)\leqq 0$

$\iff a\leqq x\leqq b$ $(\because a\leqq b$ より$)$

$x^2<2x+3 \iff (x-3)(x+1)<0$

$\iff -1<x<3$

以上より, $\underline{-1<a\leqq b<3}$ //

(5) $(与式)=\displaystyle\lim_{h\to0}\left(\frac{f(a+3h)-f(a)}{h}-\frac{f(a-2h)-f(a)}{h}\right)$

$=\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(a+3h)-f(a)}{3h}\times3-\lim_{h\to0}\frac{f(a-2h)-f(a)}{-2h}\times(-2)$

$k=3h$ とおく　　$l=-2h$ とおく

$=\displaystyle\lim_{k\to0}\frac{f(a+k)-f(a)}{k}\times3-\lim_{l\to0}\frac{f(a+l)-f(a)}{l}\times(-2)$

$=3f'(a)+2f'(a)$

$=\underline{5f'(a)}$ //

(6) $f'(x)=\dfrac{(\cos x)'}{\cos x}=\underline{-\tan x}$ //

高知工科大学

2015年 第1問　　2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) $f(x)=|2x+3|$ のとき $f(-3)+f(0)+f(3)$ の値を求めよ．

(2) 方程式 $\log_2(x-1)+\log_2(x+2)=2$ を解け．

(3) $\begin{cases} \sin x+\cos y=1 \\ \cos x+\sin y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ のとき $\sin(x+y)$ の値を求めよ．

(4) a, b, x を実数とする．命題

$$x^2-(a+b)x+ab \leqq 0 \Longrightarrow x^2<2x+3$$

が真となるような定数 a, b の満たすべき条件を求めよ．ただし，$a \leqq b$ とする．

(5) a を定数とし，関数 $y=f(x)$ は $x=a$ で微分可能であるとする．このとき，極限値

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+3h)-f(a-2h)}{h}$$

を $f'(a)$ を用いて表せ．

(6) 関数 $f(x)=\log|\cos x|$ の導関数を求めよ．

(7) 2つの曲線 $y=\log x$ と $y=ax^2$ とがただ1つの共有点をもつような正の定数 a の値を求めよ．

(8) 等式 $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2x^2+a}-x-1}{(x-1)^2}=b$ が成り立つような定数 a, b の値を求めよ．

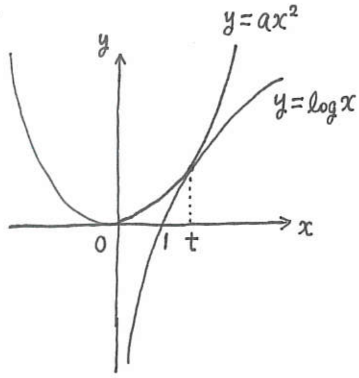
(7) 接点(共有点)の x 座標を t, $f(x)=\log x$, $g(x)=ax^2$ とおくと,

$f(t)=g(t)$ かつ $f'(t)=g'(t)$ $\iff$ $\log t = at^2$ …① かつ

$\dfrac{1}{t}=2at$ …②

②より, $a=\dfrac{1}{2t^2}$　これを①に代入して, $\log t=\dfrac{1}{2}$　$\therefore t=\sqrt{e}$

このとき, $\underline{a=\dfrac{1}{2e}}$ //



(8) $x=1$ のとき 不定形 $\left(\dfrac{0}{0}\right)$ になることより, $\sqrt{2+a}-2=0$　$\therefore a=2$

そのとき (左辺) $=\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2x^2+2}-(x+1)}{(x-1)^2}$

$=\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{\{\sqrt{2x^2+2}-(x+1)\}\{\sqrt{2x^2+2}+(x+1)\}}{(x-1)^2\{\sqrt{2x^2+2}+(x+1)\}}$

$=\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt{2x^2+2}+(x+1)}$

$=\dfrac{1}{4}$　→　よって, $\underline{a=2,\ b=\dfrac{1}{4}}$ //