

2010年生命環境（環境・情報）第1問

1 以下の問いに答えよ。

- (1)  $\sqrt{5}$ が無理数であることを証明せよ。
- (2)  $\alpha$ を2次方程式 $x^2 - 4x - 1 = 0$ の解とすると、 $(\alpha - a)(\alpha - b) = 1 + c$ を満たす自然数の組 $(a, b, c)$ をすべて求めよ。
- (3) 座標平面上の点 $(s, t)$ で $s$ と $t$ のどちらも整数となるものを格子点と呼ぶ。連立不等式

$$\begin{cases} y \geq 3x^2 - 12x - 3 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

の表す領域を $D$ とする。 $k^2 - 4k - 1 < 0$ を満たす整数 $k$ に対して、直線 $l: x = k$ 上にあり、かつ、 $D$ に含まれる格子点の個数を $N_k$ とする。

- (i)  $N_k$ を $k$ を用いて多項式で表せ。
- (ii)  $D$ に含まれる格子点の総数を求めよ。