

2013年 工学科学 第4問

4  $xy$  平面上の曲線  $C: y = \frac{1}{x} (x > 0)$  を考える.  $0 < p < q$  のとき,  $C$  上の2点  $P\left(p, \frac{1}{p}\right)$ ,  $Q\left(q, \frac{1}{q}\right)$  を通る直線と  $C$  で囲まれる図形の面積を  $S$  とし, その図形を  $x$  軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を  $V$  とする.

(1)  $r = \frac{q}{p}$  とおくとき,  $S$  および  $V$  の値を  $p, r$  を用いて表せ.

(2) 自然数  $n$  に対して,  $p = 3^{n-1}$ ,  $q = 3^n$  のときの  $V$  の値を  $V_n$  とおく. 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$  の和を求めよ.