2013 年 教育学部（中等数学） 第 3 問

$\boxed{3}$ 空間内に 1 辺の長さが 1 の正四面体 ABCD と点 O があり，

$$|\overrightarrow{\mathrm{AO}}| = |\overrightarrow{\mathrm{BO}}| = |\overrightarrow{\mathrm{CO}}| = |\overrightarrow{\mathrm{DO}}|$$

を満たしている．$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{d}$ とおくとき，次の問いに答えよ．

(1) 空間内の点 P について，l，m，n を実数とし，

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = l\vec{b} + m\vec{c} + n\vec{d}$$

とする．このとき，$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|^2$，$|\overrightarrow{\mathrm{BP}}|^2$ をそれぞれ l，m，n を用いて表せ．また，$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|^2 = |\overrightarrow{\mathrm{BP}}|^2$ であるための必要十分条件を l，m，n を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AO}} = \dfrac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$ であることを示せ．

(3) 線分 BC を 1 : 4 に内分する点を E とする．3 点 A，C，D を通る平面と直線 EO との交点を F とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ を $\vec{c}$，$\vec{d}$ を用いて表せ．