



2014年文系第3問

3 鋭角三角形 $\triangle ABC$ について、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ の大きさを、それぞれ A 、 B 、 C とする。 $\triangle ABC$ の重心を G 、外心を O とし、外接円の半径を R とする。

(1) A と O から辺 BC に下ろした垂線を、それぞれ AD 、 OE とする。このとき、

$$AD = 2R \sin B \sin C, \quad OE = R \cos A$$

を証明せよ。

(2) G と O が一致するならば $\triangle ABC$ は正三角形であることを証明せよ。

(3) $\triangle ABC$ が正三角形でないとし、さらに OG が BC と平行であるとする。このとき、

$$AD = 3OE, \quad \tan B \tan C = 3$$

を証明せよ。