



2012年文系第2問

2 関数  $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$  を考える. 曲線  $C: y = f(x)$  について, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $t \geq 0$  のとき, 曲線  $C$  は傾きが  $t$  である接線を 2 本持つことを示せ.
- (2) (1) において, 傾きが  $t$  である 2 本の接線と曲線  $C$  との接点を, それぞれ  $P(p, f(p))$ ,  $Q(q, f(q))$  とする (ただし  $p < q$ ). このとき, 点  $P$  と点  $Q$  は点  $A(-1, 0)$  に関して対称の位置にあることを示せ.
- (3)  $t \geq 0$  のとき, 2 点  $P, Q$  の間の距離の最小値を求めよ. また, 最小値を与えるときの  $P, Q$  の  $x$  座標  $p, q$  もそれぞれ求めよ.