

2012年 情報工学部 第1問

1 関数 $f(x) = kx^3 - 3kx$ ($k > 0$) が表す座標平面上の曲線を $C: y = f(x)$ とする。曲線 C 上の2点 $P(p, f(p))$, $Q(ap, f(ap))$ における接線をそれぞれ l_1, l_2 とする。ただし, $p > 0$, $a \neq 1$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 P における接線 l_1 の方程式を k, p を用いて表せ。
- (2) 点 Q における接線 l_2 が点 P を通るとき, a の値を求めよ。
- (3) ある k に対して2つの接線 l_1, l_2 が点 P において垂直に交わっているとき, k を p を用いて表せ。また, そのような k が存在する p の値の範囲を求めよ。
- (4) ある k に対して2つの接線 l_1, l_2 が点 P において垂直に交わっているとき, 接線 l_2 と曲線 C によって囲まれた図形の面積 S を p を用いて表せ。