

2013年 文学部・経済学部 第3問

3  $\triangle OAB$ において  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$  とする. 2つの正の数  $s, t$  に対して,  $\vec{OC} = s\vec{a} + t\vec{b}$  となるように点  $C$  を定める. また, 線分  $AC$  および線分  $BC$  の中点をそれぞれ  $M, N$  とし, 直線  $OM$  および直線  $ON$  が線分  $AB$  と交わる点をそれぞれ  $P, Q$  とする.  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$  のとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 線分  $AB$  の長さ, および  $\triangle OAB$  の面積  $S_1$  を求めよ.
- (2)  $\vec{OP}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, s, t$  を用いて表せ.
- (3)  $\vec{OQ}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, s, t$  を用いて表せ.
- (4)  $\triangle OPQ$  の面積を  $S_2$  とする.  $S_2$  を  $s, t$  を用いて表せ.
- (5)  $S_2 = \frac{1}{4}S_1$  となるための  $s, t$  の条件を求め,  $s, t$  がその条件をみたしながら動くとき, 点  $C$  の存在する範囲を求めよ.