



2016年情報コミュニケーション学部 第3問

3 1辺の長さが2の正四面体OABCがある. 線分ABを $p:(1-p)$ ($0 < p < 1$)に内分する点をD, 線分OCを $q:(1-q)$ ($0 < q < 1$)に内分する点をEとする. また, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする.

(1) \overrightarrow{DE} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , p , q を用いて表し, 次の空欄 [タ] ~ [ツ] に p , q を用いた値や式を記せ.

$$\overrightarrow{DE} = (\text{[タ]}) \vec{a} + (\text{[チ]}) \vec{b} + (\text{[ツ]}) \vec{c} \quad \dots\dots \text{①}$$

(2) $|\overrightarrow{DE}|^2$ を求める過程を記した次の文章の空欄 [テ] ~ [ト] に適切な値や式を記せ.

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ は, いずれも1辺の長さが2の正三角形だから,

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2 \quad \dots\dots \text{②}$$

かつ,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \text{[テ]} \quad \dots\dots \text{③}$$

①, ②, ③より, $|\overrightarrow{DE}|^2$ は p , q を用いて次のように表せる.

$$|\overrightarrow{DE}|^2 = 4(\text{[ト]}) \quad \dots\dots \text{④}$$

(3) 点D, 点EがそれぞれAB, OC上を動くとき, $|\overrightarrow{DE}|$ の最小値を求める過程を記した次の文章の空欄 [ナ] ~ [ネ] に適切な値や式を記せ.

④は次のように変形できる.

$$|\overrightarrow{DE}|^2 = 4\{(p - \text{[ナ]})^2 + (q - \text{[ニ]})^2 + \text{[ヌ]}\} \quad \dots\dots \text{⑤}$$

⑤より, $|\overrightarrow{DE}|$ は $p = \text{[ナ]}$, $q = \text{[ニ]}$ のとき最小値 [ネ] をとる.