



2013年医学部第3問

3 正四面体 ABCD を考える. 点 P は, 時刻 0 では頂点 A にあり, 1 秒ごとに, 今いる頂点から他の 3 頂点のいずれかに, 等しい確率で動くとする. n を 0 以上の整数とし, 点 P が n 秒後に A, B, C, D にある確率を, それぞれ p_n, q_n, r_n, s_n とする. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) $n \geq 1$ に対し $q_n = r_n = s_n$ となることを数学的帰納法で証明せよ.
- (2) $n \geq 1$ に対し p_n, q_n を p_{n-1}, q_{n-1} で表せ. ただし, $p_0 = 1, q_0 = 0$ とする.
- (3) $c_n = p_n - q_n$ において c_n の一般項を求めよ.
- (4) p_n の一般項を求めよ.