



2019年文系第3問

3 座標空間において、1辺の長さが1の立方体OABC-DEFGをなす8つの頂点 $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(1, 1, 0)$ ,  $C(0, 1, 0)$ および $D(0, 0, 1)$ ,  $E(1, 0, 1)$ ,  $F(1, 1, 1)$ ,  $G(0, 1, 1)$ をとる。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ とおく。辺DE上に点 $P(s, 0, 1)$  ( $0 \leq s \leq 1$ ), 辺CB上に点 $Q(t, 1, 0)$  ( $0 \leq t \leq 1$ )をとり、3点O, P, Qを含む平面と直線GFとの交点をRとする。四角形OPRQの面積を $U$ とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $\overrightarrow{OP}$ ,  $\overrightarrow{OQ}$ ,  $\overrightarrow{OR}$ を $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$ および $s$ ,  $t$ で表せ。
- (2) 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ を $s$ ,  $t$ で表せ。また、 $U$ を $s$ ,  $t$ で表せ。
- (3) 点Rが辺GF上にあるとき、 $U$ の最大値、最小値を求めよ。またそのときの $s$ ,  $t$ の値を求めよ。