0002077632297999

室蘭工業大学

2015年 工学部 第1問

$\boxed{1}$ a, b を定数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 + ax + b$$

と定める．また，$f(-2) = -1$, $f'(-2) = 9$ とする．

(1) a, b の値を求めよ．

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 A$(-2, -1)$ における接線を ℓ とする．また，点 A を通らない ℓ に平行な $y = f(x)$ の接線を m とする．このとき，ℓ および m の方程式を求めよ．

(3) (2) で求めた m と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

(1) $f(-2) = (-2)^3 - 2a + b = -1$ $\quad\therefore -2a + b = 7 \cdots ①$

$f'(x) = 3x^2 + a$ より．$f'(-2) = 12 + a = 9$ $\quad\therefore a = -3$

①に代入して．$b = 1$ $\quad\therefore \underline{a = -3, b = 1}$ //

(2) $f(-2) = -1$, $f'(-2) = 9$ なので

$\ell : y = 9(x+2) - 1$ $\quad\therefore \underline{\ell : y = 9x + 17}$ //

(1) より．$f(x) = x^3 - 3x + 1$, $f'(x) = 3x^2 - 3$

$\therefore 3x^2 - 3 = 9$ より，$x = \pm 2$

$\therefore y = f(x)$ と m の接点は $(2, 3)$

このとき，$m : y = 9(x-2) + 3$ $\quad\therefore \underline{m : y = 9x - 15}$ //

(3) $x^3 - 3x + 1 - (9x - 15) = 0$

$\iff x^3 - 12x + 16 = 0$

$\iff (x+4)(x-2)^2 = 0$

$\therefore S = \int_{-4}^{2} x^3 - 12x + 16 \, dx$

$= \left[\frac{x^4}{4} - 6x^2 + 16x \right]_{-4}^{2}$

$= 4 - 24 + 32 - 64 + 96 + 64$

$= \underline{108}$ //