



2010年第4問

4 a を $a > 1$ を満たす定数とする. 原点 O と点 $P(1, 0)$ を線分で結び, 点 P と点 $Q(a, \log a)$ を曲線 $y = \log x$ で結ぶ. このようにして得られる曲線 OPQ を, y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の容器を考える. ただし, OP を含む部分を底面として, 水平に置くものとする. 次の問いに答えよ.

(1) この容器の容積 V を a を用いて表せ.

(2) m を正の定数とする. この容器に, 単位時間あたり m の水を一定の割合で注ぎ入れる. ただし, 最初は水が全く入っていない状態とする. 注ぎ始めてから時間 t ($0 < t < \frac{V}{m}$) が経過したとき, 底面から水面までの高さを h , 水面の上昇する速度を v とする. h および v を m, t を用いて表せ.