長崎大学

2010年 第7問

7 4次方程式の解について，次の問いに答えよ．ただし，次のことは既知としてよい．

自然数 k，l，m が次の条件

(イ) k と l は1以外の公約数をもたない
(ロ) k は lm の約数である

を満たすならば，k は m の約数である．

(1) a，b，c，d は整数で，$d \neq 0$ とする．次の方程式

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

が有理数の解 r をもつとき，$|r|$ は自然数であり，かつ $|d|$ の約数に限ることを証明せよ．

(2) 次の方程式

$$2x^4 - 2x - 1 = 0$$

の実数解はすべて無理数であることを証明せよ．