



2012年 第2問

2 次の問いに答えよ。

(1)  $m$  を 5 以上の自然数とする。次の不等式が成り立つことを、数学的帰納法によって証明せよ。

$$m! > 2^m > m^2$$

(2) 自然数  $n$  に対する次の和を求めよ。

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+2)}$$

(3) (2) で求めた  $S_n$  について、 $S_n < \frac{3}{4}$  が成り立つことを示せ。

(4) (2) で求めた  $S_n$  について、 $S_n > \frac{2}{3}$  を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ。