

2017年 医学部 第1問

1 線分OA, 線分OB, 線分ABの長さがそれぞれ $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{8}$ , 3である四面体OABCに対して, 辺ABを $s:1-s$ に内分する点をP, 辺OCを $t:1-t$ に内分する点をQとする( $0 < s < 1$ ,  $0 < t < 1$ ).  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく. 内積 $\vec{AB} \cdot \vec{c} = 0$ ,  $\angle AOC$ が $\frac{\pi}{3}$ であるとき, 次の問いに答えよ. ただし,  $\angle OCP$ は鋭角であるとしてよい.

- (1) ベクトル $\vec{PQ}$ を $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ と $s$ ,  $t$ で表せ.
- (2) 線分PQの長さが最小になるとき,  $t = \frac{1}{2}$ であるとする. このとき線分OCの長さを求めよ.
- (3) (2)の状況のもとで $s$ を求め, 三角形OPCの面積を求めよ.