

2014年全学部2月3日第2問

 数理
石井K

2 x, y を実数とするとき、命題「 $x + y = -5 \Rightarrow x < 0$ または $y < 0$ 」について以下の問いに答えよ。

- (1) この命題の真偽を答えよ。また、真であれば証明し、偽であれば反例をあげよ。
 (2) この命題の逆を示し、その真偽について真であれば証明し、偽であれば反例をあげよ。

(1) 命題とその対偶の真偽は一致するので

対偶「 $x \geq 0$ か $y \geq 0 \Rightarrow x + y \neq -5$ 」を考える

$x \geq 0, y \geq 0$ のとき、 $x + y \geq 0$ であり、 $x + y \neq -5$

よって、対偶は真である。したがって元の命題も真である \square

(2) 逆「 $x < 0$ または $y < 0 \Rightarrow x + y = -5$ 」

偽 (反例: $x = -1, y = 2$ のとき)