

2016年全学部2月3日第1問

 数理
石井K

1 以下の問いに答えよ。

- (1) $(x+y)^2 - (x-y+z)^2$ を因数分解せよ。
 (2) $-1 < x < 3$, $-3 < y < 1$ のとき, $x-y$ のとり得る値の範囲を求めよ。
 (3) 以下の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0 \\ x^2 + 2xy + 6x + y^2 + 6y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \text{ (与式) } &= \{(x+y) + (x-y+z)\} \{(x+y) - (x-y+z)\} \\ &= \underline{(2x+z)(2y-z)} \text{ ,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad -1 < x < 3 \quad \cdots \text{①} \\ -3 < y < 1 \quad \text{より, } -1 < -y < 3 \quad \cdots \text{②} \\ \text{①} + \text{②} \text{ より, } \quad \underline{-2 < x-y < 6} \text{ ,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 第1式より, } (x-y)^2 &= 1 \\ \text{よって, } x-y &= \pm 1 \end{aligned}$$

(i) $x-y=1$ すなわち $y=x-1$ のとき
 第2式にこれを代入して,

$$x^2 + 2x(x-1) + 6x + (x-1)^2 + 6(x-1) + 9 = 0$$

$$4x^2 + 8x + 4 = 0$$

$$\therefore 4(x+1)^2 = 0 \quad \therefore x = -1 \quad \text{このとき } y = -2$$

(ii) $x-y=-1$ すなわち $y=x+1$ のとき

$$x^2 + 2x(x+1) + 6x + (x+1)^2 + 6(x+1) + 9 = 0$$

$$4x^2 + 16x + 16 = 0$$

$$\therefore 4(x+2)^2 = 0 \quad \therefore x = -2, \quad \text{このとき } y = -1$$

$$(i), (ii) \text{ より } \quad \underline{(x, y) = (-2, -1), (-1, -2)} \text{ ,}$$