

2011年 畜産学部 第1問

1 自然数 n について, $\{a_n\}$ は初項 a , 公差 d の等差数列であり, $\{b_n\}$ は初項 b , 公比 r の等比数列である. 数列 $\{a_n\}$ の一般項を a_n で表し, その初項から第 n 項までの和を S_a とする. また, 数列 $\{b_n\}$ の一般項を b_n で表し, その初項から第 n 項までの和を S_b とする. 次の各問に解答しなさい.

(1) $d = 2a$, $a \neq 0$ とする.

(i) d と n を用いて a_n を表しなさい. また, a と n を用いて S_a を表しなさい.

(ii) 不等式 $6a_n < a_{n+1} + 27d$ および $2a_n > a_{n+1}$ を満たすすべての n の値を求めなさい.

(2) $r = 2b + 1$, $b \neq 0$ とする.

(i) b と n を用いて b_n を表しなさい. また, r と n を用いて S_b を表しなさい.

(ii) $\log_2 b_n > \log_2 b_{n+1} + \frac{1}{2}$ であるとき, r の値の範囲を求めなさい.

(3) A と B はいずれも 2×2 行列であり, それぞれ $A = \begin{pmatrix} d & 2d-1 \\ 1 & d \end{pmatrix}$, $B = A^2$ と定義される. また, 行列 B の $(1, 1)$ 成分を g とし, 行列 A が与えられたときの a と b の関係は次の連立1次方程式を満たすものとする.

$$A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(i) d を用いて g を表しなさい. また, g が最小値をとるときの d の値を求めなさい.

(ii) g が最小値をとるとき, A の逆行列 A^{-1} を求め, さらに a と b の値を求めなさい. また, $r \neq 1$, $r > 0$, $n = 3$ および $S_a = 2S_b$ であるとき, S_a と r の値を求めなさい.