

2014年 畜産学部 第1問

1 2次方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ の解を α, β ($\alpha > \beta$) とし,

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}}{5} & -\frac{\sqrt{5}}{5} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha^n \\ \beta^n \end{pmatrix}$$

によって数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を定義する。ただし、 n は自然数である。次の各問に答えなさい。

(1) 次の各問に答えなさい。

(i) α, β の値を求めなさい。

(ii) a_1, a_2, a_3 の値を求めなさい。

(iii) b_1, b_2, b_3 の値を求めなさい。

(2) ベクトル $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ をそれぞれ $\vec{p} = (a_1, b_1), \vec{q} = (a_2, b_2), \vec{r} = (a_3, b_3)$ と定義する。

(i) $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ の大きさ $|\vec{p}|, |\vec{q}|, |\vec{r}|$ を求めなさい。

(ii) \vec{p} と \vec{q} のなす角 θ について、 $\cos \theta, \sin \theta, \tan \theta$ を求めなさい。

(iii) \vec{q} と \vec{r} のなす角 θ について、 $\cos 2\theta, \sin 2\theta, \tan 2\theta$ を求めなさい。

(3) 自然数 n について、 $a_{n+1} \geq a_n, b_{n+1} \geq b_n$ がそれぞれ成り立つ。

(i) $\log_{10} a_n \leq \frac{1}{3}$ を満たす n をすべて求めなさい。

(ii) $\log_{10} b_n \leq \frac{1}{3}$ を満たす n をすべて求めなさい。

(iii) $\log_{10}(a_n b_n) \leq 1$ を満たす n をすべて求めなさい。