2014 年 数学科・物理学科（共通問題） 第 3 問

$\boxed{3}$ 放物線 $y = x^2$ を C，$y = -x^2 + 2x + 4$ を D とする．実数 t を用いて表される D 上の点 $\mathrm{P}(t,\ -t^2 + 2t + 4)$ における D の接線を ℓ とする．

(1) C と D が異なる 2 点で交わることを示し，その x 座標を求めよ．

(2) 接線 ℓ の方程式を $y = f(x)$ とする．$f(x)$ を求めよ．

(3) (1) で求めた 2 交点の x 座標を a，b $(a < b)$ とする．$a < t < b$ を満たす t に対して，(2) で求めた接線 ℓ の方程式を $y = f(x)$ とする．次の連立不等式の表す領域の面積を $S(t)$ とする．

$$\begin{cases} y \geqq x^2 \\ y \leqq f(x) \\ y \geqq -x^2 + 2x + 4 \end{cases}$$

t が $a < t < b$ の範囲を動くとき，$S(t)$ が最小となる t の値と，そのときの $S(t)$ の値を求めよ．