

2012年工・情報・環境学部(A)第6問

 数理  
石井K

6 Oを原点とする座標平面上に3点A(0, 2), B(-1, 0), C(1, 0)がある. 直線 $y = a$ と線分AB, ACの交点をP, Qとする. ただし,  $0 < a < 2$ とする.

- (1) P, Qの座標を $a$ を用いて表せ.  
 (2)  $\triangle OPQ$ の面積を $a$ を用いて表せ.  
 (3)  $\triangle OPQ$ の面積の最大値とそのときの $a$ の値を求めよ.

$$(1) AB: y = 2x + 2 \quad \therefore a = 2x + 2 \quad \therefore x = \frac{a}{2} - 1 \quad \therefore P\left(\frac{a}{2} - 1, a\right)$$

$$AC: y = -2x + 2 \quad \therefore a = -2x + 2 \quad \therefore x = -\frac{a}{2} + 1 \quad \therefore Q\left(-\frac{a}{2} + 1, a\right)$$

$$(2) \triangle OPQ = \frac{1}{2} \left| \frac{a^2}{2} - a - \left(-\frac{a^2}{2} + a\right) \right| = \frac{1}{2} |a^2 - 2a|$$

$$0 < a < 2 \text{ より, } \triangle OPQ = \frac{1}{2} (2a - a^2) = a - \frac{a^2}{2}$$

$$(3) f(a) = a - \frac{a^2}{2} \text{ とおくと.}$$

$$f(a) = -\frac{1}{2}(a^2 - 2a)$$

$$= -\frac{1}{2}(a-1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \underline{\text{最大値 } \frac{1}{2} \text{ (} a=1 \text{ のとき)}}$$