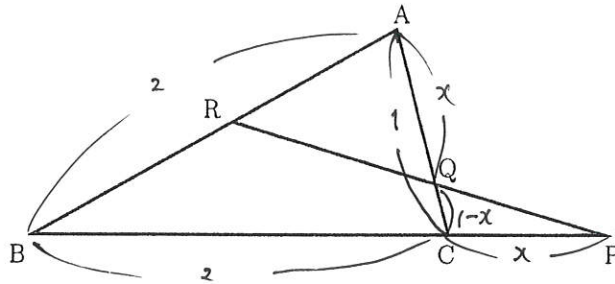




2014年理系第4問

4 三角形 ABC において、 $AB = BC = 2$ 、 $CA = 1$  とする。  $0 \leq x \leq 1$  を満たす  $x$  に対して、辺 BC の延長上に点 P を、辺 CA 上に点 Q を、それぞれ  $CP = AQ = x$  となるようにとる。さらに、直線 PQ と辺 AB の交点を R とする。このとき、以下の問いに答えよ。



(1) AR を  $x$  の関数として表せ。

(2) (1) の関数を  $f(x)$  とおくと、  $\int_0^1 f(x) dx$  を求めよ。

(1) メネラウスの定理より、  $\frac{AR}{2-AR} \cdot \frac{2+x}{x} \cdot \frac{1-x}{x} = 1$

$$\therefore AR = \frac{2x^2}{2-x} //$$

(2)  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{2(2-x)^2 - 8(2-x) + 8}{2-x} dx$

$$= \int_0^1 2(2-x) - 8 + \frac{8}{2-x} dx$$

$$= [-x^2 - 4x]_0^1 + 8 \int_0^1 \frac{dx}{2-x}$$

$$= -5 - 8 [\log|x-2|]_0^1$$

$$= -5 + 8 \log 2$$

$$= \underline{8 \log 2 - 5} //$$