



2010年理系第3問

3 原点を中心とする半径1の円を C_1 とし、原点を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円を C_2 とする。 C_1 上に点 $P_1(\cos \theta, \sin \theta)$ があり、また、 C_2 上に点 $P_2(\frac{1}{2} \cos 3\theta, \frac{1}{2} \sin 3\theta)$ がある。ただし、 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ であるとする。線分 P_1P_2 の中点を Q とし、点 Q の原点からの距離を $r(\theta)$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 Q の x 座標の取りうる範囲を求めよ。
- (2) 点 Q が y 軸上にあるときの θ の値を α とする。このとき、 α および定積分

$$\int_0^{\alpha} \{r(\theta)\}^2 d\theta$$

を求めよ。