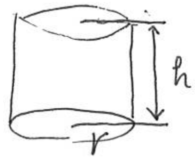
0001695634038999

岡山県立大学

2014年 第3問

数理 石井K



$\boxed{3}$ 次の問いに答えよ．

(1) 体積が V，表面積が S，底面の半径が r の円柱を考える．

(i) S を V と r で表せ．

(ii) V の値を一定にするとき，S の最小値とそれを与える r の値を求めよ．

(2) $x>0$ のとき $\log(1+x) > x - \dfrac{x^2}{2}$ であることを示せ．

(1) 高さを h とすると，$V = \pi r^2 \cdot h$，これより $h = \dfrac{V}{\pi r^2}$

(i)

$$S = 2\cdot\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

$$= 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2}$$

$$= \underline{2\pi r^2 + \frac{2V}{r}} \ /\!/$$

(ii) (i) と相加・相乗平均の関係より．

$$S = 2\pi r^2 + \frac{V}{r} + \frac{V}{r} \geqq 3\sqrt[3]{2\pi r^2 \cdot \frac{V}{r} \cdot \frac{V}{r}} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$$

$\therefore$ $2\pi r^2 = \dfrac{V}{r}$ すなわち $\underline{r = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}\ \text{のとき 最小値}\ 3\sqrt[3]{2\pi V^2}}$ //

(2) $f(x) = \log(1+x) - x + \dfrac{x^2}{2}$ とおくと．

$$f'(x) = \frac{1}{1+x} - 1 + x$$

$$= \frac{x^2}{1+x} > 0 \quad (\because x > 0)$$

$\therefore$ $f(x)$：単調増加

$\therefore$ $f(x) > f(0) = 0$

したがって　$\log(1+x) > x - \dfrac{x^2}{2}$ ▨