0001829810718999

三重大学

2014年 第4問

$\boxed{4}$ 傾き正の直線ℓが，2曲線

$$C : y = -x^2 + 6x, \quad C' : y = 3x^2 - 14x + 28$$

の両方に接している．以下の問いに答えよ．

(1) ℓの方程式を求めよ．

(2) ℓとCおよびx軸の3つで囲まれる図形の面積を求めよ．

(1) ℓの傾きを$a(>0)$, y切片をbとおくと.

$\ell : y = ax + b$

$-x^2+6x-(ax+b)=0$ が重解をもつので判別式D_1は

$D_1 = \cancel{36}\ (a-6)^2 - 4b = 0$ …①

同様に, $3x^2-14x+28-(ax+b)=0$ も重解をもつので

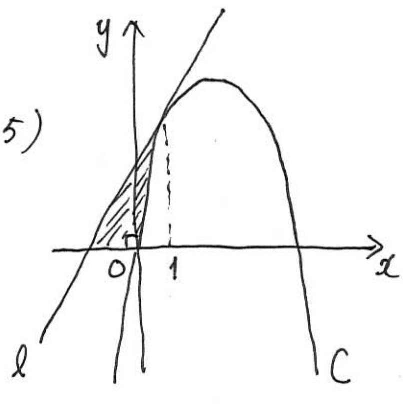
$D_2 = (-14-a)^2 - 4\cdot3\cdot(28-b)$

$= a^2+28a-140+12b = 0$ …②

①×3+② より $4a^2-8a-32=(a-4)(a+2)=0$

$a>0$より $a=4$, これを①に代入して $b=1$

∴ $\ell : y = 4x+1$ //



(2) $-x^2+6x-(4x+1)=0$ より

$(x-1)^2=0$ ∴ℓとCの接点は$(1, 5)$

∴ $\int_0^1 4x+1-(-x^2+6x)\,dx + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot1\cdot\frac{1}{4}}_{直角三角形}$

$= -\int_0^1 (x-1)^2\,dx + \frac{1}{8}$

$= -\left[\frac{(x-1)^3}{3}\right]_0^1 + \frac{1}{8}$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$

$= \frac{11}{24}$ //