



2011年理系第1問

1  $a$  を自然数とする.  $O$  を原点とする座標平面上で行列  $A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$  の表す1次変換を  $f$  とする.

(1)  $r > 0$  および  $0 \leq \theta < 2\pi$  を用いて  $A = \begin{pmatrix} r \cos \theta & -r \sin \theta \\ r \sin \theta & r \cos \theta \end{pmatrix}$  と表すとき,  $r, \cos \theta, \sin \theta$  を  $a$  で表せ.

(2) 点  $Q(1, 0)$  に対し, 点  $Q_n$  ( $n = 1, 2, 3$ ) を

$$Q_1 = Q, \quad Q_{n+1} = f(Q_n)$$

で定める.  $\triangle OQ_nQ_{n+1}$  の面積  $S(n)$  を  $a$  と  $n$  を用いて表せ.

(3)  $f$  によって点  $(2, 7)$  に移されるもとの点  $P$  の  $x$  座標の小数第一位を四捨五入して得られる近似値が2であるという. 自然数  $a$  の値を求めよ. またこのとき  $S(n) > 10^{10}$  となる最小の  $n$  の値を求めよ. ただし  $0.3 < \log_{10} 2 < 0.31$  を用いてよい.