

2015年理系第2問

2 関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  を  $f(x) = e^{-x} \sin x$ ,  $g(x) = e^{-x} \cos x$  とおく.  $f(x)$ ,  $g(x)$  の不定積分を  $I = \int f(x) dx$ ,  $J = \int g(x) dx$  とおく.  $k$  を自然数とし,  $(k-1)\pi \leq x \leq k\pi$  において, 2つの曲線  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ , および 2直線  $x = (k-1)\pi$ ,  $x = k\pi$  で囲まれる 2つの部分の面積の和を  $S_k$  とおく. 次の問いに答えよ.

- (1)  $I = J + F(x) + C_1$ ,  $J = -I + G(x) + C_2$  を満たす関数  $F(x)$ ,  $G(x)$  を求めよ. ただし,  $C_1$ ,  $C_2$  は積分定数である.
- (2)  $I$ ,  $J$  を求めよ.
- (3)  $S_k$  を求めよ.
- (4)  $\sum_{k=1}^{\infty} S_k$  を求めよ.