

2014年 現代心理(心理)・コミュ(コミュ)・観光(交流)・経営 第1問

1枚目/2枚

数理
石井K

1 次の空欄 ア, イ に「真」または「偽」のいずれかを記入せよ。また空欄 ウ ~ サ に当てはまる数または式を記入せよ。

- (1) 実数 a, b について、命題「 $ab = 0$ ならば $b = 0$ である」の逆は ア であり、裏は イ である。
- (2) $x = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$ のとき、 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ ウ, $x^4 + \frac{1}{x^4} =$ エ と、いずれも整数で表せる。
- (3) すべての実数 x について2次不等式 $x^2 - 2(k+1)x + 2k^2 > 0$ が成立するような実数 k の範囲は オ である。
- (4) 1から4までの数字が1つずつ書かれたカードをそれぞれ2枚用意する。この8枚のカードから6枚を同時に引き、その中で最大の数を X とするとき、 X の期待値は カ である。
- (5) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、 $\sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta$ の最大値は キ であり、最小値は ク である。
- (6) 方程式 $\log_{\frac{1}{2}} x^2 + \log_2 x^{\frac{9}{2}} + \log_4 x^{-1} = 4$ を満たす x の値は ケ である。
- (7) 等差数列をなす3つの数がある。これらの和が1で、平方の和が $\frac{11}{24}$ であるとき、3つの数は コ である。
- (8) ベクトル $\vec{a} = (1, x)$, $\vec{b} = (2, -1)$ について、 $\vec{a} + \vec{b}$ と $2\vec{a} - 3\vec{b}$ が垂直であるときの x の値をすべて求めると、サ である。

(1) 逆: $b=0$ ならば $ab=0$ 裏: $ab \neq 0$ ならば $b \neq 0$ である

よって、逆は真, 裏は真 //

(2) $x = \frac{(\sqrt{5}-1)^2}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ 同様にして、 $\frac{1}{x} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$

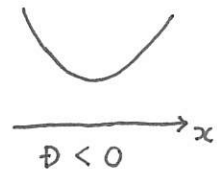
$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7$ $x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = 47$ //

(3) $y = x^2 - 2(k+1)x + 2k^2$ のグラフは下に凸の放物線なので

$x^2 - 2(k+1)x + 2k^2 = 0$ の判別式を D とおくと。

$D/4 = (k+1)^2 - 2k^2$
 $= -k^2 + 2k + 1$

$\therefore -k^2 + 2k + 1 < 0$ より、 $k < 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2} < k$ //





2014年現代心理(心理)・コミュ(コミュ)・観光(交流)・経営第1問

2枚目/2枚



1 次の空欄 , に「真」または「偽」のいずれかを記入せよ。また空欄 ~ に当てはまる数または式を記入せよ。

- (1) 実数 a, b について、命題「 $ab = 0$ ならば $b = 0$ である」の逆は であり、裏は である。
- (2) $x = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$ のとき、 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$, $x^4 + \frac{1}{x^4} =$ と、いずれも整数で表せる。
- (3) すべての実数 x について2次不等式 $x^2 - 2(k+1)x + 2k^2 > 0$ が成立するような実数 k の範囲は である。
- (4) 1から4までの数字が1つずつ書かれたカードをそれぞれ2枚用意する。この8枚のカードから6枚を同時に引き、その中で最大の数を X とするとき、 X の期待値は である。
- (5) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、 $\sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta$ の最大値は であり、最小値は である。
- (6) 方程式 $\log_{\frac{1}{2}} x^2 + \log_2 x^{\frac{9}{2}} + \log_4 x^{-1} = 4$ を満たす x の値は である。
- (7) 等差数列をなす3つの数がある。これらの和が1で、平方の和が $\frac{11}{24}$ であるとき、3つの数は である。
- (8) ベクトル $\vec{a} = (1, x)$, $\vec{b} = (2, -1)$ について、 $\vec{a} + \vec{b}$ と $2\vec{a} - 3\vec{b}$ が垂直であるときの x の値をすべて求めると、 である。

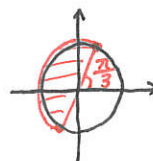
(4) X は3または4なので

$$P(X=3) = \frac{1}{8C_6} = \frac{1}{28}, \quad P(X=4) = 1 - \frac{1}{28} = \frac{27}{28}$$

$$\therefore E(X) = 3 \cdot \frac{1}{28} + 4 \cdot \frac{27}{28} = \frac{111}{28} //$$

$$(5) \sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta = 2\left(\sin\theta \cdot \frac{1}{2} + \cos\theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\frac{\pi}{3} \leq \theta + \frac{\pi}{3} \leq \frac{4}{3}\pi \text{ より、最大値は } 2, \text{ 最小値は } -\sqrt{3} //$$



$$(6) \text{ 真数条件は } x > 0 \quad \frac{\log_2 x^2}{\log_2 \frac{1}{2}} + \log_2 x^{\frac{9}{2}} + \frac{\log_2 x^{-1}}{\log_2 4} = 4$$

$$\therefore 2\log_2 x = 4 \quad \therefore \underline{x = 4} //$$

$$(7) p-q, p, p+q \text{ とおくと、} 3p = 1, \quad (p-q)^2 + p^2 + (p+q)^2 = \frac{11}{24}$$

$$\therefore p = \frac{1}{3}, \quad q = \pm \frac{1}{4} \quad \therefore \underline{\frac{1}{12}, \frac{1}{3}, \frac{7}{12}} //$$

$$(8) \vec{a} + \vec{b} = (3, x-1), \quad 2\vec{a} - 3\vec{b} = (-4, 2x+3) \quad \therefore (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - 3\vec{b}) = -12 + (x-1)(2x+3) \\ \therefore (2x-5)(x+3) = 0 \quad \therefore \underline{x = -3, \frac{5}{2}} //$$