0002063816397999

龍谷大学

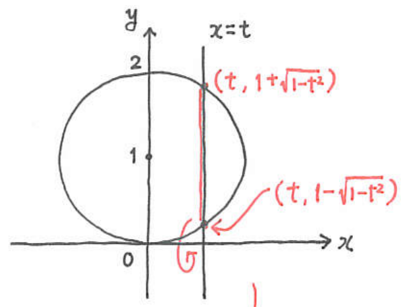
2015年 理系 第3問

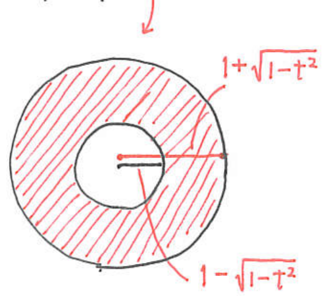
数理 石井K

$\boxed{3}$ 円 $x^2+(y-1)^2=1$ とその内部を x 軸のまわりに1回転してできる立体を考える.

(1) t を $-1 \leqq t \leqq 1$ を満たす定数とする. この立体を x 軸に垂直で $(t,\ 0)$ を通る平面で切った断面の面積を t で表しなさい.

(2) この立体の体積を求めなさい.





(1) 円と $x=t$ の交点は.

$(y-1)^2=1-t^2 \quad \therefore y=1\pm\sqrt{1-t^2}$

$\therefore (t,\ 1\pm\sqrt{1-t^2})$

$\therefore$ 断面の面積を $S(t)$ とおくと.

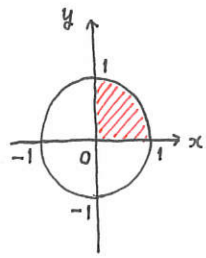
$S(t)=\pi\left(1+\sqrt{1-t^2}\right)^2-\pi\left(1-\sqrt{1-t^2}\right)^2$

$\quad = \underline{4\pi\sqrt{1-t^2}}$ //

(2) $V=\int_{-1}^{1} 4\pi\sqrt{1-t^2}\,dt$

$= 2\int_0^1 4\pi\sqrt{1-t^2}\,dt$

$= 8\pi \underbrace{\int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt}_{\text{右図の斜線部分の面積}}$



$= 8\pi\cdot\frac{\pi}{4}$

$= \underline{2\pi^2}$ //