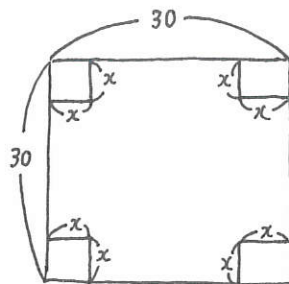




2015年文系第3問

3 一辺 30 cm の正方形の厚紙の四隅から、一辺の長さが x cm の正方形を切り取って、その残りを折り曲げ、ふたのない直方体の箱を作る。この箱の容積を $V(x)$ cm³ とする。

- (1) $V(x)$ の最大値を求めなさい。
 (2) $V(x) = 1000$ となるときの x の値をすべて求めなさい。



(1) 底面積は $(30-2x)^2$ 、高さは x となるので

$$\begin{aligned} V(x) &= x(30-2x)^2 \\ &= 4x^3 - 120x^2 + 900x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって, } V'(x) &= 12x^2 - 240x + 900 \\ &= 12(x-5)(x-15) \end{aligned}$$

$0 < x < 15$ に注意すると、増減表は次のようになる

x	0	...	5	...	(15)
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$	(0)	↗		↘	

よって最大値は $V(5) = 2000$ //

$$(2) 4x^3 - 120x^2 + 900x = 1000$$

$$\therefore x^3 - 30x^2 + 225x - 250 = 0$$

この方程式の解の1つは $x = 10$ であるから

$$\begin{array}{r} x^2 - 20x + 25 \\ x-10 \overline{) x^3 - 30x^2 + 225x - 250} \\ \underline{x^3 - 10x^2} \\ -20x^2 + 225x \\ \underline{-20x^2 + 200x} \\ 25x - 250 \\ \underline{25x - 250} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore (x-10)(x^2 - 20x + 25) = 0 \quad \therefore x = 10, 10 \pm 5\sqrt{3}$$

$0 < x < 15$ より、 $x = 10, 10 - 5\sqrt{3}$ //