0002001188997999

琉球大学

2015年 文系 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 頂点が点A(0, 4)で，点B(2, 0)を通る放物線を考える．次の問いに答えよ．

(1) この放物線をグラフとする2次関数を求めよ．

(2) この放物線上にあり，x 座標が $2a$ $(a>0)$ である点をCとする．この放物線と x 軸との交点で，点Bと異なる点をDとする．点Cにおける放物線の接線 ℓ_1 と点Dにおける放物線の接線 ℓ_2 との交点Eの座標を，a を使って表せ．

(3) この放物線と直線 ℓ_2，および点Eを通り y 軸に平行な直線で囲まれた部分の面積を求めよ．

(1) 頂点が $(0, 4)$ なので．$y=px^2+4$ とおける．また．これが $(2, 0)$ を通るので

$0=4p+4$ ∴ $p=-1$ したがって． $\underline{y=-x^2+4}$ //

(2) (1)より．$C(2a, -4a^2+4)$，$D(-2, 0)$ となる．

$y'=-2x$ より． $\ell_1 : y=-4a(x-2a)-4a^2+4$

∴ $\ell_1 : y=-4ax+4a^2+4$

$\ell_2 : y=4(x+2)$

∴ $\ell_2 : y=4x+8$

∴ $-4ax+4a^2+4=4x+8$ より． $x=a-1$ （∵ $a>0$ より）．

このとき．ℓ_2 の式に代入して． $y=4a+4$ ∴ $\underline{E(a-1, 4a+4)}$ //

(3)
$$S=\int_{-2}^{a-1} 4x+8-(-x^2+4)\,dx$$

$$=\int_{-2}^{a-1}(x+2)^2\,dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}(x+2)^3\right]_{-2}^{a-1}$$

$$=\underline{\frac{1}{3}(a+1)^3}$$ //