

2011 年 芸術工学部 第 3 問

3 平面上の原点を O とし, 三角形 OAB と実数 p ($0 < p < 1$) に対して, 点 P_1, P_2, P_3, \dots の位置ベクトルを

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OP_1} &= \overrightarrow{OA}, & \overrightarrow{OP_2} &= \overrightarrow{OA} + p\overrightarrow{AB}, & \overrightarrow{OP_3} &= \overrightarrow{OA} + p\overrightarrow{AB} + p^2\overrightarrow{BO}, \\ \overrightarrow{OP_4} &= \overrightarrow{OA} + p\overrightarrow{AB} + p^2\overrightarrow{BO} + p^3\overrightarrow{OA}, \\ \overrightarrow{OP_5} &= \overrightarrow{OA} + p\overrightarrow{AB} + p^2\overrightarrow{BO} + p^3\overrightarrow{OA} + p^4\overrightarrow{AB}, \dots\end{aligned}$$

によって定義する. 次の問いに答えよ.

- (1) $\overrightarrow{OP_{3n}}$ を $n, p, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ を用いて表せ.
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \overrightarrow{OP_{3n}} = \overrightarrow{OP}$ とする. 直線 OP と直線 AB との交点を Q とするとき, 点 Q は線分 AB をどのような比に分けるか答えよ.
- (3) 点 P は線分 OQ をどのような比に分けるか答えよ.