



2011年 理工学部 第2問

2 多項式 $f(x) = x^4 - x^3 + cx^2 - 11x + d$ について、 $f(1 + \sqrt{2}) = 0$ が成り立つとする。ここで、 c, d は有理数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $S = \{a + \sqrt{2}b \mid a, b \text{ は有理数}\}$ とする。集合 S の元 $z = a + \sqrt{2}b$ (ただし、 a, b は有理数) に対して、 $j(z) = a - \sqrt{2}b$ と定義する。 S の任意の元 z, w に対して、 $j(z + w) = j(z) + j(w)$ および $j(zw) = j(z)j(w)$ が成り立つことを示せ。
- (2) (1) を用いて、 S の元 z が $f(z) = 0$ を満たせば、 $f(j(z)) = 0$ が成り立つことを示せ。このことを用いて、 $f(1 - \sqrt{2}) = 0$ を示せ。
- (3) 有理数 c, d を求め、 $f(x)$ を有理数の範囲で因数分解せよ。