



2016年 医学部 第1問

1  $k$  を自然数とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $\sqrt{n^2+7}$  が自然数となるような自然数  $n$  をすべて求めよ。  
 (2)  $\sqrt{n^2+7^2}$  が自然数となるような自然数  $n$  をすべて求めよ。  
 (3)  $\sqrt{n^2+7^k}$  が自然数となるような自然数  $n$  をすべて求めよ。

(1)  $\sqrt{n^2+7} = m$  ( $m$  は自然数) とおくと。

$$n^2+7 = m^2 \text{ より } (m+n)(m-n) = 7$$

$$m+n > m-n \text{ と } m+n > 0 \text{ より}$$

$$m+n = 7 \text{ かつ } m-n = 1$$

$$\text{よって, } 2n = 6 \quad \therefore \underline{n = 3} //$$

(2) (1) と同様にして、

$$(m+n)(m-n) = 7^2$$

$$m+n > m-n \text{ と } m+n > 0 \text{ より}$$

$$m+n = 7^2 \text{ かつ } m-n = 1$$

$$\text{よって, } 2n = 48 \quad \therefore \underline{n = 24} //$$

(3) (1) と同様にして

$$(m+n)(m-n) = 7^k$$

$$m+n > m-n \text{ と } m+n > 0 \text{ より}$$

$$(i) \ k \text{ が奇数のとき. } (m+n, m-n) = (7^k, 1), (7^{k-1}, 7), \dots, (7^{\frac{k+1}{2}}, 7^{\frac{k-1}{2}})$$

$$\text{よって, } n = \frac{1}{2}(7^k - 1), \frac{1}{2}(7^{k-1} - 7), \dots, \frac{1}{2}(7^{\frac{k+1}{2}} - 7^{\frac{k-1}{2}})$$

$$(ii) \ k \text{ が偶数のとき. } (m+n, m-n) = (7^k, 1), (7^{k-1}, 7), \dots, (7^{\frac{k}{2}+1}, 7^{\frac{k}{2}-1})$$

$$(i), (ii) \text{ より } \text{よって, } n = \frac{1}{2}(7^k - 1), \frac{1}{2}(7^{k-1} - 7), \dots, \frac{1}{2}(7^{\frac{k}{2}+1} - 7^{\frac{k}{2}-1})$$

$$n = \begin{cases} \frac{1}{2}(7^k - 1), \frac{1}{2}(7^{k-1} - 7), \dots, \frac{1}{2}(7^{\frac{k+1}{2}} - 7^{\frac{k-1}{2}}) & (k \text{ が奇数のとき}) \\ \frac{1}{2}(7^k - 1), \frac{1}{2}(7^{k-1} - 7), \dots, \frac{1}{2}(7^{\frac{k}{2}+1} - 7^{\frac{k}{2}-1}) & (k \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

— //