



2014年理学部(数)第2問

2  $a, b, c, d, s, t$  を実数とし,  $b \neq 0$  とする.  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  とし,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ s & -1 \end{pmatrix}$  は等式

$$AB + BA = (a + d)B$$

を満たすとする.  $x$  の2次方程式

$$x^2 - (a + d)x + ad - bc = 0$$

は異なる2つの実数解  $\alpha, \beta$  をもつとし, 列ベクトル  $X = \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix}$  は等式  $AX = \alpha X$  を満たすとする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $s$  を行列  $A$  の成分を用いて表せ.

(2)  $t$  を  $a, b, \alpha$  を用いて表せ.

(3)  $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = BX$  とし,  $P = \begin{pmatrix} 1 & u \\ t & v \end{pmatrix}$  とするとき, 行列  $P$  は逆行列をもち,

$$AP = P \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

を満たすことを示せ.