



2015年理(物・化)・工・情報第4問

4  $i$ を虚数単位,  $r$ を1より大きい実数とし,  $w = r\left(\cos\frac{\pi}{24} + i\sin\frac{\pi}{24}\right)$ とおく. また, 数列  $\{z_n\}$ を次の式で定める.

$$z_1 = w, \quad z_{n+1} = z_n w^{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $z_2$ を  $r$ を用いて表せ.
- (2)  $z_n$ の偏角の1つを  $n$ を用いて表せ.
- (3) 複素数平面で原点を  $O$ ,  $z_n$ で表される点を  $P_n$ とする.  $7 \leq n \leq 48$ のとき,  $\triangle P_n O P_{n+1}$ が  $\angle O = \frac{\pi}{3}$ を満たす直角三角形となるような  $n$ と  $r$ をそれぞれ求めよ. また, そのときの  $z_n$ の偏角  $\theta$ を  $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で求めよ.