0001810099818999

長岡技術科学大学

2014年 工学部 第3問

数理 石井K

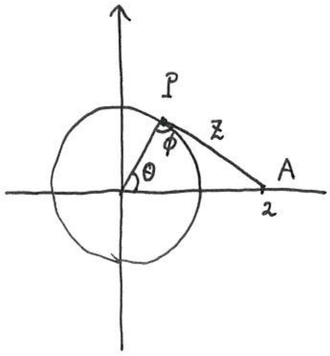
$\boxed{3}$ 平面上の原点をO(0, 0)とし，点A(2, 0)をとる．また，Oを中心とする半径1の円をCとする．C上の点Pに対して$\angle AOP=\theta$，$\angle APO=\phi$，$AP=z$とおく．ただし，$0<\theta<\pi$とする．下の問いに答えなさい．

(1) 正弦定理を用いてzをθとϕで表しなさい．

(2) 余弦定理を用いてz^2をθで表しなさい．

(3) $\dfrac{dz}{d\theta}$をϕで表しなさい．

(4) $\dfrac{dz}{d\theta}$の最大値，およびその最大値を与えるθの値を求めなさい．



(1) 正弦定理より．$\dfrac{z}{\sin\theta}=\dfrac{2}{\sin\phi}$　$\therefore z=\dfrac{2\sin\theta}{\sin\phi}$ //

(2) $z^2=1^2+2^2-2\cdot1\cdot2\cos\theta$

$\therefore z^2=5-4\cos\theta$ //

(3) (2)より．$\dfrac{d}{d\theta}z^2=4\sin\theta$　$\therefore\left(\dfrac{d}{dz}z^2\right)\cdot\dfrac{dz}{d\theta}=4\sin\theta$

$\therefore 2z\cdot\dfrac{dz}{d\theta}=4\sin\theta$

$\dfrac{dz}{d\theta}=\dfrac{2\sin\theta}{z}=2\sin\theta\cdot\dfrac{\sin\phi}{2\sin\theta}=\sin\phi$ //

(4)

(3)より．$\phi=\dfrac{\pi}{2}$のとき最大値1をとるので

$\theta=\dfrac{\pi}{3}$　このとき最大値1 //