



2016年 歯学部・薬学部・保健医療 第1問

1 以下の各問いに答えよ。

- (1) $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$ を展開せよ。
 (2) $2x^3-x^2-8x+4$ を因数分解せよ。
 (3) $x+y+z=6$, $xy+yz+zx=11$, $xyz=6$ のとき, $x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2$ の値を求めよ。
 (4) $3x^2+4x-4 > 0$, $-2x^2+5x+3 \leq 0$ をともに満たす x の範囲を求めよ。
 (5) $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) のとき, $\sin\theta - \cos\theta$ の値を求めよ。

(1) (与式) = $\underline{x^3+y^3+z^3-3xyz}$ //

(2) $P(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$ とおくと,

$P(2) = 16 - 4 - 16 + 4 = 0$ より, $P(x)$ は $x-2$ を因数にもつ

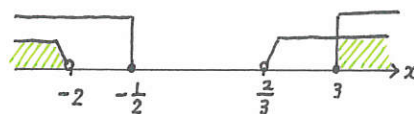
$$\begin{aligned} \therefore (\text{与式}) &= (x-2)(2x^2+3x-2) && \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \times \begin{matrix} -1 \\ 2 \end{matrix} \\ &= \underline{(x-2)(x+2)(2x-1)} // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 &= (xy + yz + zx)^2 - 2xy^2z - 2x^2yz - 2xy^2z \\ &= (xy + yz + zx)^2 - 2xyz(x+y+z) \\ &= 11^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \\ &= 121 - 72 \\ &= \underline{49} // \end{aligned}$$

(4) $(3x-2)(x+2) > 0$ かつ $(2x+1)(x-3) \leq 0$

$$\Leftrightarrow x < -2, \frac{2}{3} < x \quad \text{かつ} \quad x \leq -\frac{1}{2}, 3 \leq x$$

よって, $\underline{x < -2, 3 \leq x}$ //



(5) $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ の両辺 2 乗して, $\underline{\sin^2\theta + \cos^2\theta} + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}$
 $= 1$

よって, $2\sin\theta\cos\theta = -\frac{3}{4}$

$$\begin{aligned} (\sin\theta - \cos\theta)^2 &= \sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta \\ &= 1 - \left(-\frac{3}{4}\right) \\ &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ より, $\cos\theta < 0$, $\sin\theta > 0$

$\therefore \sin\theta - \cos\theta > 0$ であるから

$$\sin\theta - \cos\theta = \underline{\frac{\sqrt{7}}{2}} //$$