

2013年理系第3問

3 原点を  $O$  とする座標平面で、関数  $y = \sqrt{x^2 - 1}$  ( $x \geq 1$ ) のグラフを  $C$  とする。また、 $t > 1$  を満たす実数  $t$  に対し、直線  $x + y = t$  と  $C$  との交点を  $P$ 、直線  $x + y = t$  と  $x$  軸との交点を  $Q$  とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 線分  $PQ$  の長さ  $f(t)$  を求めなさい。
- (2) 次の極限值を求めなさい。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{k(t-1)}{n}\right) \frac{t-1}{\sqrt{2n}}$$

- (3) 線分  $OP$ 、 $x$  軸および  $C$  で囲まれる図形の面積を  $S$  とする。 $S$  を用いて点  $P$  の座標を表しなさい。